

Funções de Várias Variáveis

Lista 9: Integrais Triplas, Coordenadas Cilíndricas e Esféricas

1. Em cada item, calcule $\iiint_D f(x, y, z) dV$, em que D é a região de \mathbb{R}^3 indicada em cada item.
- a) $f(x, y, z) = 2x$; $D = \{(x, y, z) \mid 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{4 - y^2}, 0 \leq z \leq y\}$.
- b) $f(x, y, z) = 6xy$; D é o sólido abaixo do plano $z = 1 + x + y$ e acima da região do plano xy limitada pelas curvas $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ e $x = 1$.
- c) $f(x, y, z) = x^2 e^y$; D é delimitado pelo cilindro parabólico $z = 1 - y^2$ e pelos planos $z = 0$, $x = 1$ e $x = -1$.
- d) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$; D é o sólido que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 16$ e entre os planos $z = -5$ e $z = 4$.
(Utilize coordenadas cilíndricas.)
- e) $f(x, y, z) = y$; D é o sólido que está entre os cilindros $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$, acima do plano xy e abaixo do plano $z = x + 2$.
(Utilize coordenadas cilíndricas.)
- f) $f(x, y, z) = x^2$; D é o sólido que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$, acima do plano $z = 0$ e abaixo do cone $z^2 = 4x^2 + 4y^2$.
(Utilize coordenadas cilíndricas.)
- g) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$; D é a bola com centro na origem e raio 5
(Utilize coordenadas esféricas.)
- h) $f(x, y, z) = z$; D é o sólido entre as esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ no primeiro octante.
(Utilize coordenadas esféricas.)
- i) $f(x, y, z) = x^2$; D é o sólido limitado pelo plano xy e pelos hemisférios $y = \sqrt{9 - x^2 - z^2}$ e $y = \sqrt{16 - x^2 - z^2}$.
(Utilize coordenadas esféricas.)

2. Determine o volume do sólido limitado pelo cilindro $x = y^2$ e pelos planos $z = 0$ e $x + z = 1$.

3. Determine o volume do sólido limitado pelos paraboloides $z = x^2 + y^2$ e $z = 36 - 3x^2 - 3y^2$.

4. Determine o volume do sólido que está acima do cone $\phi = \pi/3$ e abaixo da esfera $\rho = 4 \cos \phi$.

Gabarito

Questão 1)

a) 4

b) $\frac{65}{28}$

c) $\frac{8}{3e}$

d) 384π

e) 0

f) $\frac{2\pi}{5}$

g) $312500\frac{\pi}{7}$

h) $\frac{15\pi}{16}$

i) $1562\frac{\pi}{15}$

Questão 2) $\frac{8}{15}$

Questão 3) 162π

Questão 4) 10π