

Funções de Várias Variáveis

Lista 6: Máximos e mínimos. Multiplicadores de Lagrange.

- Em cada item, determine, se houver, e classifique, se for possível, os pontos críticos da função f .
 - $f(x, y) = 9 - 2x + 4y - x^2 - 4y^2$
 - $f(x, y) = x^4y + x^3y - 7x^2 - 4$
 - $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$
 - $f(x, y) = (1 + xy)(x + y)$
 - $f(x, y) = x \sin(y)$
- Determine os valores máximo e mínimo absolutos de f no conjunto D :
 - $f(x, y) = 3 + xy - x - 2y$
 D é a região triangular fechada com vértices $(1,0)$, $(5,0)$ e $(1,4)$.
 - $f(x, y) = 4x + 6y - x^2 - y^2$
 D é a região retangular fechada $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 5\}$.
 - $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$
 D é a região retangular fechada $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$.
- Determine o volume da maior caixa retangular no primeiro octante $(x, y, z \geq 0)$ com três faces nos planos coordenados e com um vértice no plano $x + 2y + 3z = 6$.
- Em cada item, utilize os Multiplicadores de Lagrange para determine os valores máximo e mínimo de f sujeita à (às) restrição (restrições) dada(s).
 - $f(x, y) = 4x + 6y$ restrita a $x^2 + y^2 = 13$.
 - $f(x, y) = x^2y$ restrita a $x^2 + 2y^2 = 6$.
 - $f(x, y, z) = 2x + 6y + 10z$ restrita a $x^2 + y^2 + z^2 = 35$.
 - $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ restrita a $x^4 + y^4 + z^4 = 1$.

Gabarito

Questão 1)

- a) $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ é máximo local;
- b) $(-1, 14)$ é ponto de sela. Além disso, há outros infinitos pontos críticos. Qual a forma deles? É possível classificá-los.
- c) $(0, 0)$ é ponto de sela; $(1, 1)$ e $(-1, -1)$ são mínimos locais;
- d) $(1, -1)$ e $(-1, 1)$ são pontos de sela.
- e) $(0, k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$, são pontos de sela.

Questão 2)

- a) Nos pontos $(1, 0)$ e $(3, 2)$ f atinge o máximo absoluto em D , que é igual a 2. Nos pontos $(1, 4)$ e $(5, 0)$ f atinge o mínimo absoluto, que é igual a -2 .
- b) No ponto $(2, 3)$ f atinge o máximo absoluto em D , que é igual a 13. Nos pontos $(0, 0)$ e $(4, 0)$ f atinge o mínimo absoluto, que é igual a 0.
- c) No ponto $(3, 0)$ f atinge o máximo absoluto em D , que é igual a 83. Nos pontos $(1, 1)$ f atinge o mínimo absoluto, que é igual a 0.

Questão 3) O volume é $\frac{4}{3}$.

Questão 4)

- a) No ponto $(2, 3)$ f atinge o máximo, de acordo com a restrição, que é igual a 26. Enquanto o mínimo é atingido no ponto $(-2, -3)$ e é igual a -26 .
- b) Nos pontos $(2, 1)$ e $(-2, 1)$ f atinge o máximo, de acordo com a restrição, que é igual a 4. Enquanto o mínimo é atingido nos pontos $(2, -1)$ e $(-2, -1)$ e é igual a -4 .
- c) Máximo $f(1, 3, 5) = 70$, mínimo $f(-1, -3, -5) = -70$.
- d) Máximo $\sqrt{3}$, mínimo 1.