

Funções de Várias Variáveis

Lista 1: Domínio, Gráficos e Curvas de Nível

1. Encontre o domínio máximo das funções $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ abaixo e esboce tais regiões no plano $\mathbb{R}^2$.

a) $f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$

b) $f(x, y) = \frac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2}$

c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$

d) $f(x, y) = \ln(xy - 1)$

2. Para as funções $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ abaixo, esboce o gráfico de f e trace curvas de nível $k = f(x, y)$ para os valores de k como indicado em cada item.

a) $f(x, y) = 6 - 2x + 2y$ e. $k = 6; k = -2; k = 0; k = 2$.

b) $f(x, y) = \sqrt{100 - 25x^2 - 4y^2}$ e. $k = 0; k = 2; k = 6; k = 10$.

c) $f(x, y) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ e $k = 6; k = 4; k = 2; k = 0$.

3. Desenhe as curvas de nível $f(x, y) = k$ de f para os valores de k dados:

a) $f(x, y) = \cos(x)$ curvas de nível para $k = 0; k = 1; k = 4; k = -1$.

b) $f(x, y) = x^2 - y^2$, curvas de nível para $k = 0; k = 1; k = 4; k = -1$.

c) $f(x, y) = |x| + |y|$ e $k = 0; k = 1; k = 2; k = 4$.

4. Uma placa fina de metal, localizada no plano xy , tem temperatura $T(x, y)$ no ponto (x, y) . As curvas de nível de T são chamadas isotérmicas porque todos os pontos em uma isotérmica têm a mesma temperatura. Faça o esboço de algumas isotérmicas se a função temperatura for dada por

$$T(x, y) = \frac{100}{1 + x^2 + 2y^2}$$

5. Faça uma correspondência entre a função e seu gráfico (indicados abaixo). Dê razões para sua escolha, a partir de cortes verticais e cortes horizontais.

a) $f(x, y) = |x| + |y|$

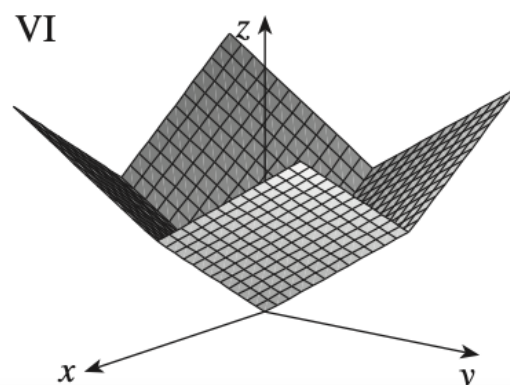
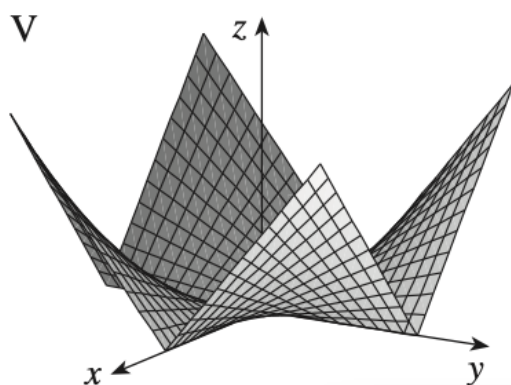
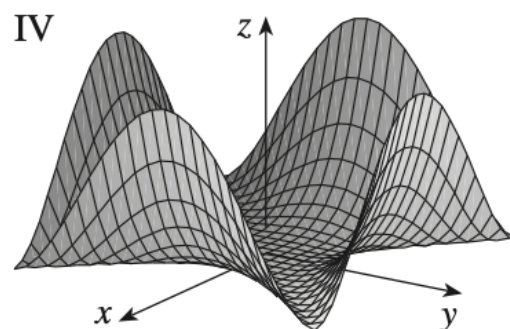
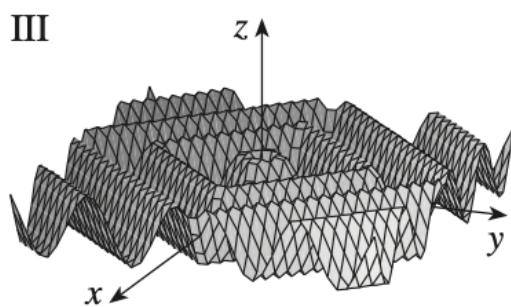
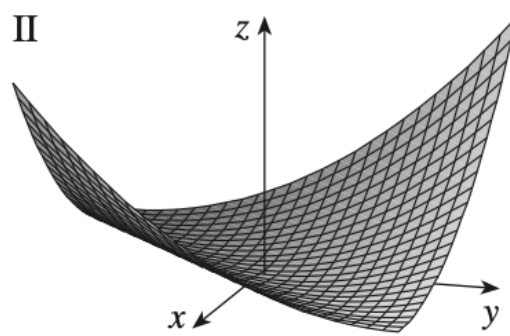
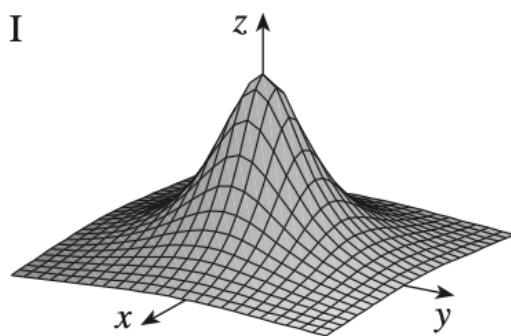
d) $f(x, y) = (x^2 - y^2)^2$

b) $f(x, y) = |x \cdot y|$

e) $f(x, y) = (x - y)^2$

c) $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

f) $f(x, y) = \text{sen}(|x| + |y|)$



6. Faça uma correspondência entre a função abaixo, seu gráfico e seu mapa de curvas de nível (indicados nas figuras abaixo). Justifique suas escolhas.

a) $f(x, y) = \sin(xy)$

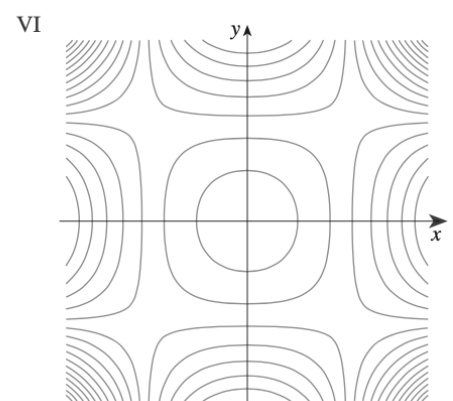
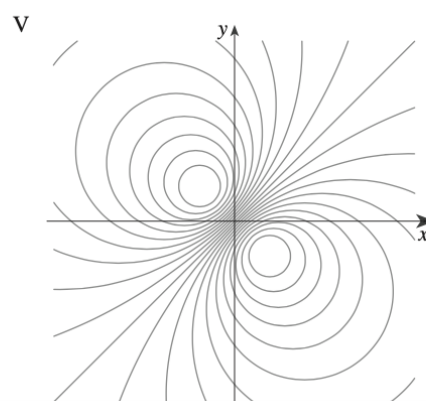
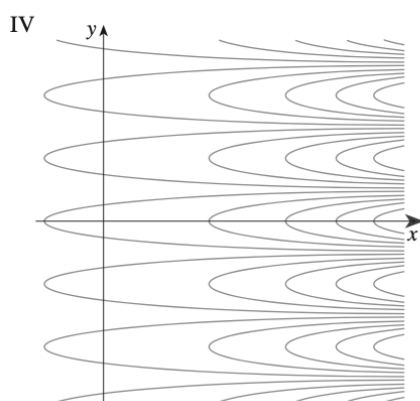
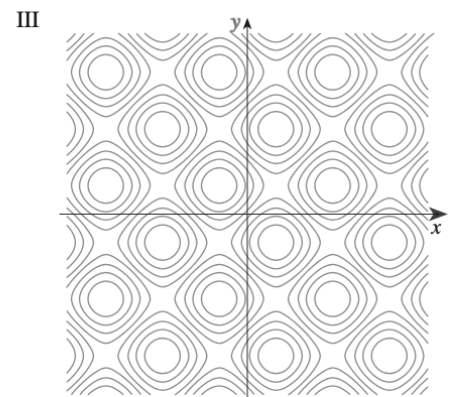
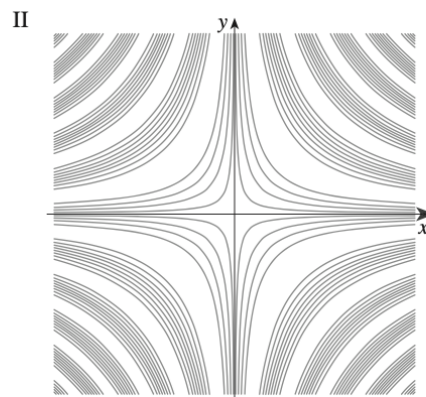
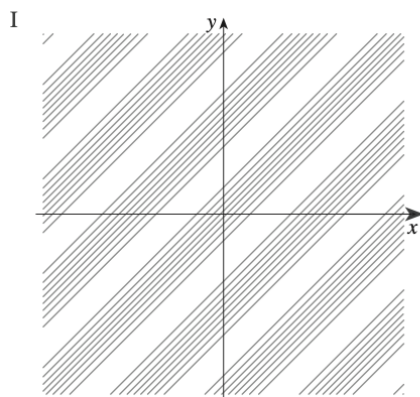
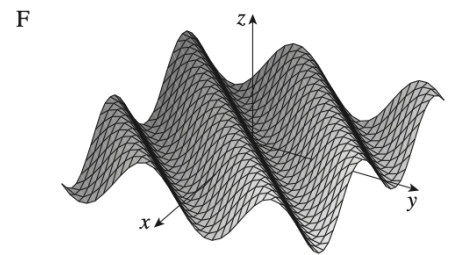
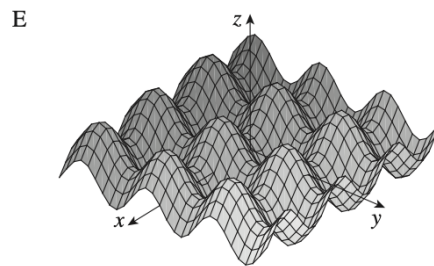
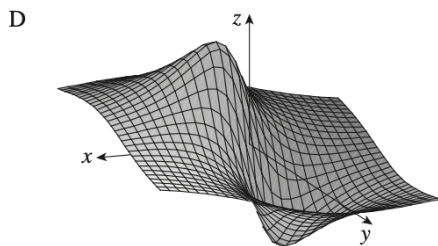
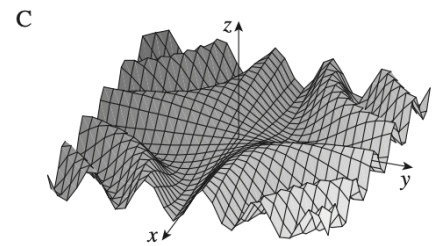
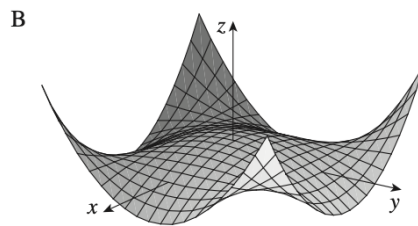
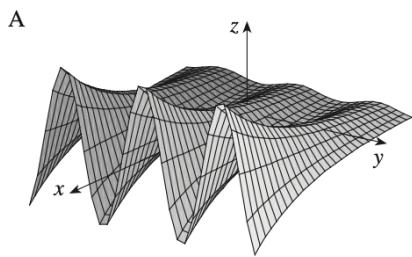
d) $f(x, y) = \sin(x) - \sin(y)$

b) $f(x, y) = e^x \cos(y)$

e) $f(x, y) = (1 - x^2)(1 - y^2)$

c) $f(x, y) = \sin(x - y)$

f) $f(x, y) = \frac{x - y}{1 + x^2 + y^2}$



Respostas

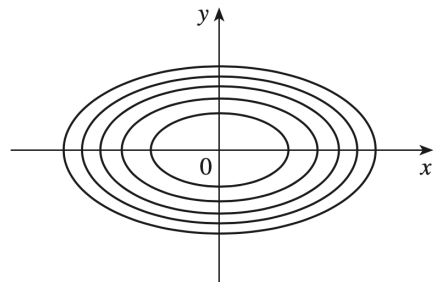
1.

2.

3.

4. Curvas de nível são elipses determinadas pelas equações:

$$\frac{x^2}{(200 - 2k)/k} + \frac{y^2}{(100 - k)/k} = 1$$



5.

6.

(a), gráfico C, mapa de curvas de nível II ;

(c), gráfico F, mapa de curvas de nível I ;

(e), gráfico B, mapa de curvas de nível VI ;